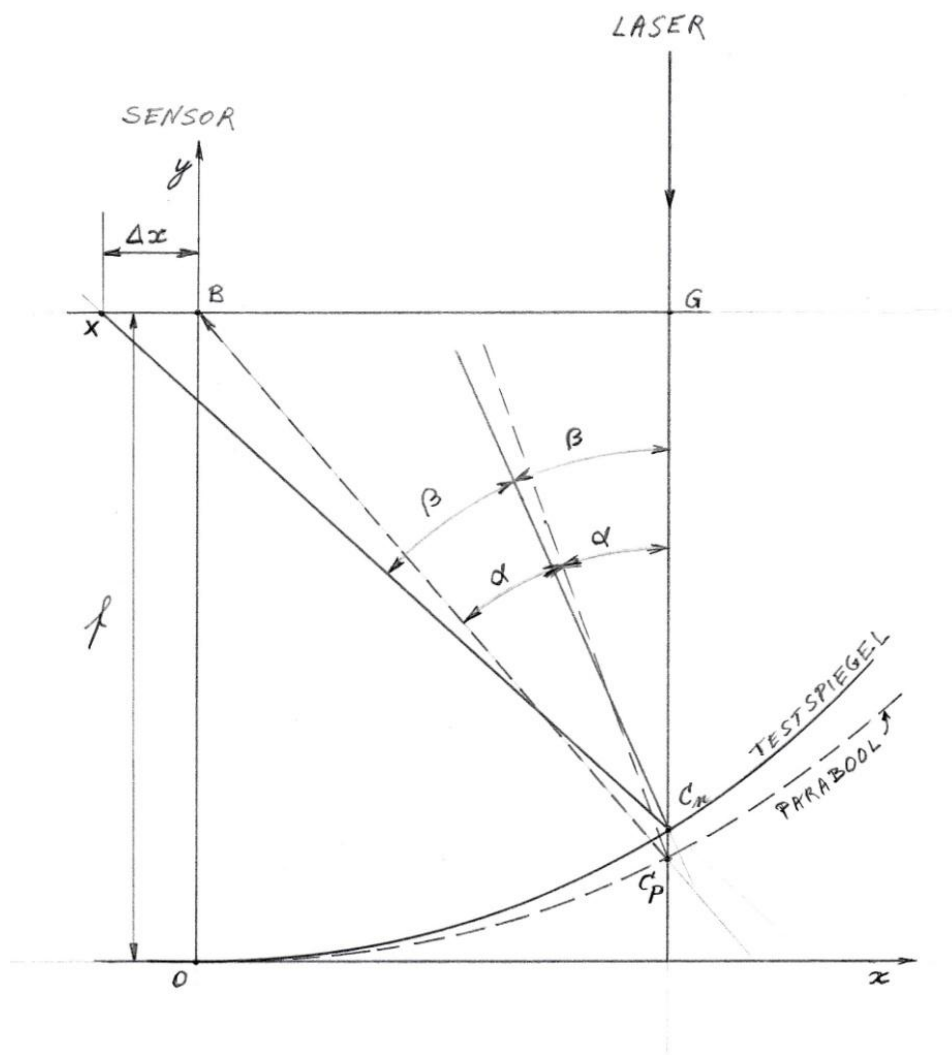


Berekening spiegeloppervlak versie 9 10-4-2019

© Johan Heirman



Tek 16 figuur 1

Definities (zie figuren 1 en 2):

α_n : hoek tussen de normaal door punt C_p op de parabool (stippellijn) en de invallende laserstraal na n stappen. Dit is ook de hoek van de normaal met de gereflecteerde lichtstraal door B (niet getekend in figuur 2: constructie is analoog met β_n)

α_{n-1} : hoek tussen de normaal door punt C_p op de parabool (stippellijn) en de invallende laserstraal na $n-1$ stappen (niet getekend in figuur 2: constructie is analoog met β_{n-1})

α_{GEM} : gemiddelde van de hoeken α_n en α_{n-1}

β_n : hoek tussen de normaal door punt C_n op de testspiegel (volle lijn) en de invallende laserstraal na n stappen. Dit is ook de hoek van de normaal met de gereflecteerde lichtstraal door X.

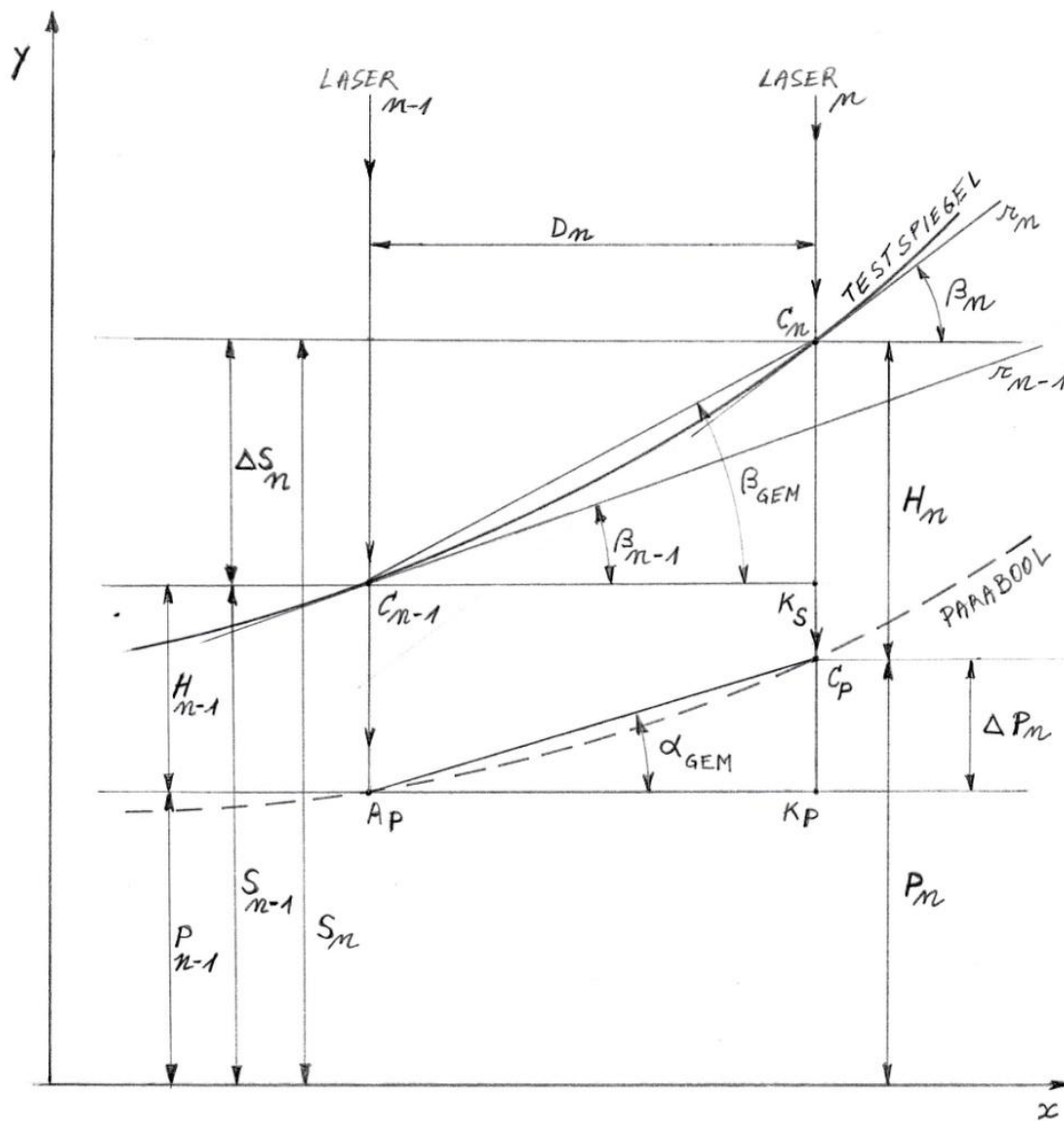
β_{n-1} : hoek tussen de normaal door punt C_{n-1} op de testspiegel (volle lijn) en de invallende laserstraal na n-1 stappen.

β_{GEM} : gemiddelde van de hoeken β_n en β_{n-1}

B: brandpunt van de parabool.

BG: afgelegde afstand van de laserstraal t.o.v. de optische as na n stappen.

C_p : reflectiepunt van de invallende laserstraal op de parabool na n stappen.



Tek 16 figuur 2

C_n : reflectiepunt van de invallende laserstraal op de testspiegel na n stappen.

C_{n-1} : reflectiepunt van de invallende laserstraal op de testspiegel na n-1 stappen.

D_n : stapgrootte: afstand door de invallende laserstraal afgelegd over het oppervlak van de testspiegel tussen twee metingen n-1 en n (mm).

f: brandpuntsafstand van de testspiegel (mm).

GC_n : invallende laserstraal, loopt evenwijdig met de optische as.

H_n : totaal hoogteverschil (“totale voortschrijdende afwijking”) tussen de hoogten van parabool en testspiegel bereikt na n stappen (mm).

H_{n-1} : totaal hoogteverschil (“totale voortschrijdende afwijking”) tussen de hoogten van parabool en testspiegel bereikt na n-1 stappen (mm), wordt berekend tijdens de berekening van de integratie van de vorige meetpositie.

ΔH_n : hoogteverschil tussen H_n en H_{n-1} of dus het hoogteverschil na een laserverplaatsing van één stap (van stap n-1 naar n) (mm).

n: aantal uitgevoerde meetstappen.

OB: optische as van de testspiegel.

O: snijpunt van de optische as OB met het middelpunt van de testspiegel.

P_n : hoogte van de parabool op de plaats waar de laserstraal staat na n stappen (mm). Te berekenen met de paraboolformule.

P_{n-1} : hoogte van de parabool op de plaats waar de laserstraal staat na n-1 stappen (mm).

ΔP_n : hoogteverschil tussen P_n en P_{n-1} (mm).

r_n : raaklijn in punt C_n .

r_{n-1} : raaklijn in punt C_{n-1} .

Sagitta: hoogteverschil van een spiegel tussen het middelpunt en de rand (mm)

S_n : hoogte van de testspiegel op de plaats waar de laserstraal staat na n stappen (mm).

S_{n-1} : hoogte van de testspiegel op de plaats waar de laserstraal staat na n-1 stappen (mm).

ΔS_n : hoogteverschil tussen S_n en S_{n-1} (mm)

X: raakpunt van de gereflecteerde laserstraal van de testspiegel met de sensor.

Δx : afstand tussen optische as en de reflectie van de testspiegel op de sensor (mm).

Doel:

Bepalen van de hoogte-afwijking van de testspiegel t.o.v. een foutloze spiegel (in dit geval een parabool) ΔH_n of het verschil in totale hoogte van de testspiegel tussen twee metingen ΔS_n .

Deze individuele afwijkingen worden dan gecombineerd tot een “voortschrijdende afwijking van de testspiegel” (H_n of S_n).

Meetmethode:

Over een middellijn van de testspiegel loopt een laserstraal die weerkaatst naar een sensor.

De invallende laserstraal loopt evenwijdig met de optische as.

Bij een foutloze spiegel loopt de gereflecteerde lichtstraal door het brandpunt B van de spiegel. Dit brandpunt ligt op de optische as.

Hieruit volgt dat de foutloze spiegel de vorm heeft van een paraboloïde.

De laserkar beweegt zich in een vlak dat de optische as van de spiegel bevat. Dit vlak snijdt de paraboloïde volgens een lijn die de vorm heeft van een parabool. We noemen dit vlak het meetvlak.

Als alle stralen weerkaatsen door het brandpunt liggen alle reflectiepunten op een parabool.

Bij een niet-foutloze spiegel loopt de weerkaatste lichtstraal meestal niet door het brandpunt. Sommige stralen kunnen toch door het brandpunt gaan, alhoewel de betreffende reflectiepunten niet op de parabool liggen.

In het brandpunt wordt een camerasensor geplaatst die loodrecht staat op de optische as. De weerkaatste straal valt op deze sensor in het punt B of X. In B ligt het nulpunt van de sensor. X kan links of rechts van B liggen. Waarden links van B (gezien vanuit de spiegelcel naar de sensor) worden negatief geteld, rechts van B positief.

In het centrum O van de spiegel (reflectiepunt C_0) stellen we bij overeenkomst dat er geen afwijking is tussen de parabool en de testspiegel, d.w.z. $\Delta H_0 = 0$ en ook $H_0 = 0$. Ook stellen we dat het centrum van beide spiegels samenvalt met O, d.w.z. hier zijn P_0 en $S_0 = 0$. Ook is dan $\beta_0 = 0$.

C_p volgt de hoogte van de parabool i.f.v. de positie P. Het verloop van C_p is weergegeven met een gebogen vorm in stippellijnen.

Als de weerkaatste straal van de testspiegel door het brandpunt gaat is $\Delta x = 0$.

Tussen twee metingen van x op de sensor ligt een tijd waarin niet gemeten wordt. Tijdens die tijd heeft de laserstraal zich verplaatst van positie n-1 naar n. Deze afstand noemen we de stapgrootte D_n . De waarde van D_n kan voor elke stap anders zijn. De stapgrootte hangt af van de ingestelde snelheid van de stappenmotor en het tijdsverloop tussen twee metingen van het spotmiddelpunt op de sensor.

Berekening methode 1 JDB (nauwkeurige benadering):

We veronderstellen dat over de afstand D_n het verloop van ΔH_n lineair is. We vervangen dus de (waarschijnlijk) gebogen testspiegelvorm tussen de punten C_{n-1} en C_n door een rechte. Deze rechte vormt met de horizontale een hoek β_{GEM} .

Uit figuur 2 blijkt:

In driehoek $C_{n-1} C_n K_s$ is $\text{tg } \beta_{GEM} = \frac{\Delta S_n}{D_n}$ of $\Delta S_n = D_n \text{tg } \beta_{GEM}$ (1)

en $\Delta S_n + H_{n-1} = H_n + \Delta P_n$ of $H_n - H_{n-1} = \Delta S_n - \Delta P_n$ en aangezien

$H_n - H_{n-1} = \Delta H_n$ wordt $\Delta H_n = \Delta S_n - \Delta P_n$ (2)

(1) in (2) geeft $\Delta H_n = D_n \text{tg } \beta_{GEM} - \Delta P_n$ (3)

verder is $P_n = S_n - H_n$ of $S_n = P_n + H_n$

In driehoek X $C_n G$ (figuur 1) is $\text{tg } 2\beta_n = \frac{GX}{C_n G} = \frac{BG + (-\Delta x)}{f - S_n} = \frac{BG - \Delta x}{f - (P_n + H_n)}$ of $\text{tg } 2\beta_n = \frac{BG - \Delta x}{f - P_n - H_n}$

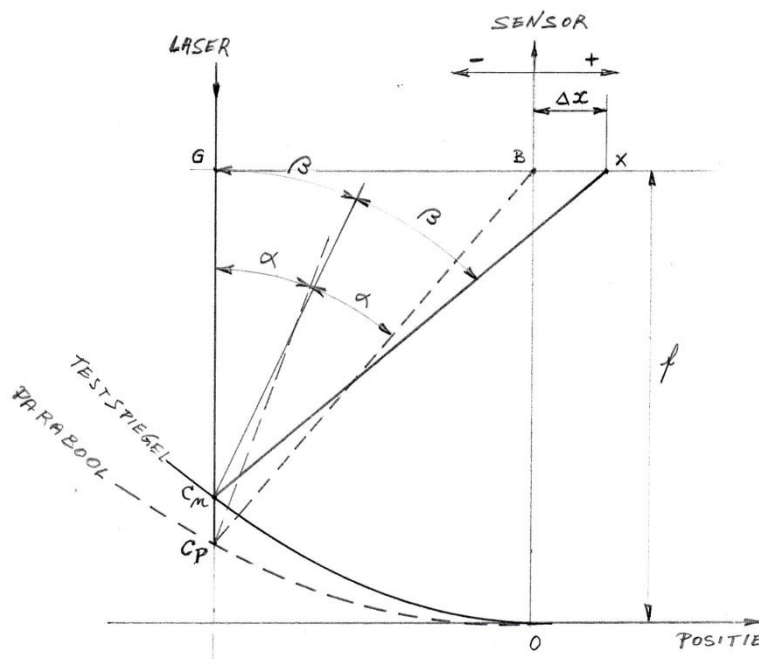
Opgelet: $\beta_n \neq \beta_{GEM}$! $\beta_{GEM} = \frac{\beta_n + \beta_{n-1}}{2}$ (4)

Aangezien H_n onbekend is stellen we dat $H_n \approx H_{n-1}$

We krijgen dan $\text{tg } 2\beta_n = \frac{BG - \Delta x}{f - P_n - H_{n-1}}$ (5)

Uit (5) kunnen we $2\beta_n$ en β_n berekenen (let op: $\text{tg } 2\beta_n \neq 2 \text{tg } \beta_n$!), met (4) β_{GEM} , en met (3) ΔH_n (H_{n-1} en β_{n-1} zijn gekend uit de berekening van de vorige stap, terwijl ΔP_n berekend wordt met de paraboolformule).

Door de tekenovereenkomst van Δx (positief rechts van het centrum van de sensor, negatief links van het centrum) moeten we in de berekening onderscheid maken of de laser over het linker- of het rechterdeel van de spiegel loopt. In figuur 1 loopt de laser over het rechterdeel van de spiegel (gezien vanuit de spiegelcel naar de sensor) en is Δx in het negatief deel van de sensor getekend en moet dus negatief geteld worden ($-\Delta x$). Als de laser over het linkerdeel loopt moet Δx positief geteld worden, zie figuur 4:



Tek 16 figuur 4

Uitdrukking (5) wordt dan: $\text{tg } 2\beta_n = \frac{BG + \Delta x}{f - P_n - H_{n-1}}$ (6)

Berekening van het totaal hoogteverschil H_n ("totale voortschrijdende afwijking") tussen de hoogten van parabool en testspiegel:

ΔH_n is het hoogteverschil na één stap D dat ontstaat door de spiegelfout: het verschil tussen een perfecte en een reële spiegel. Als de spiegel perfect is, is $\Delta x = 0$ en dus ook ΔH_n .

(Opm.: er zijn ook situaties denkbaar waarbij $\Delta x = 0$ (perfecte weerkaatsing) maar waarvan het oppervlak boven op een bult ligt of onder in een put. Op niveau van de individuele metingen ziet het systeem het verschil niet, maar bij integratie wordt die informatie terug meegenomen, dus vormt dit geen probleem).

De totale afwijking van de ideale spiegelvorm wordt bekomen door per stap D alle fracties ΔH_n op te tellen. We krijgen dan na elke bijkomende stap D een nieuwe H_n die de som is van al de vorige ΔH_n . Uit de bepaling van de ligging van de blinde vlek kennen we de ligging van het middelpunt van de spiegel en dus de optische as. Arbitrair stellen we op de optisch as zowel $H=0$ als $\Delta H = 0$. Vanuit dit punt tellen we alle ΔH_n op tot aan de spiegelrand, één keer naar rechts, en één keer naar links, met de juiste formuleset per richting.

Beoordeling van de rekenmethode:

Hoe zijn we zeker dat deze rekenmethode correcte resultaten geeft? Er worden toch een aantal vereenvoudigingen toegepast. Wat kunnen we gebruiken als kalibratiewaarden?

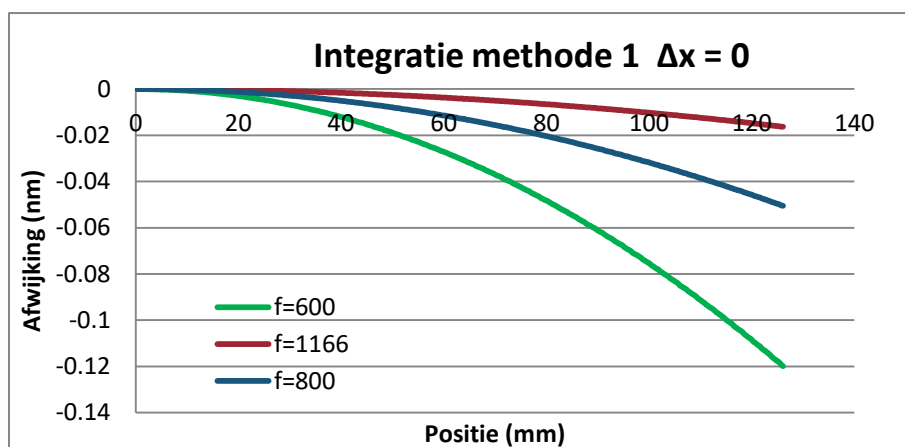
In dit geval is de ideale spiegel een parabool. De plaatselijke hoogte van een parabool op positie C_p kan wiskundig bepaald worden als de straal van de spiegel (BG) op die plaats (de positie van de laser) en de brandpuntsafstand f van de spiegel gekend is: $P_n = \frac{BG^2}{4f}$

BG wordt tijdens de meetreeksen gemeten, en de brandpuntsafstand f is ook gekend uit metingen.

Een eerste mogelijke kalibratie is in formule (5) of (6) $\Delta x = 0$ te nemen en dan ΔH_n en H_n te berekenen. Die moeten dan beiden over de ganse spiegeldiameter nul zijn.

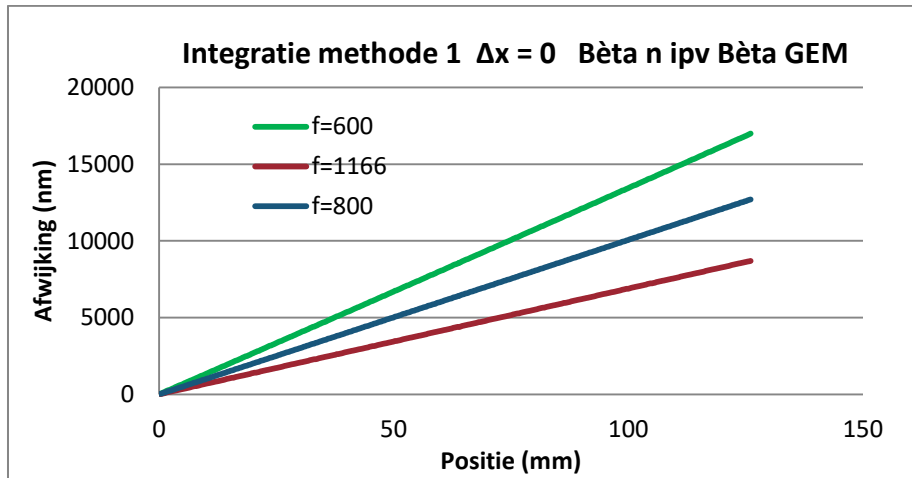
Resultaten:

Er is blijkbaar nog een fout (afwijking van nul). Deze blijkt afhankelijk te zijn van de brandpuntsafstand. Ze neemt toe met kortere f , maar blijft steeds lager dan 1nm. Het verloop



van de fout is gekromd en negatief. De fout wordt groter naar de rand van de spiegel:

In een volgende test vervangen we β_{GEM} door β_n :

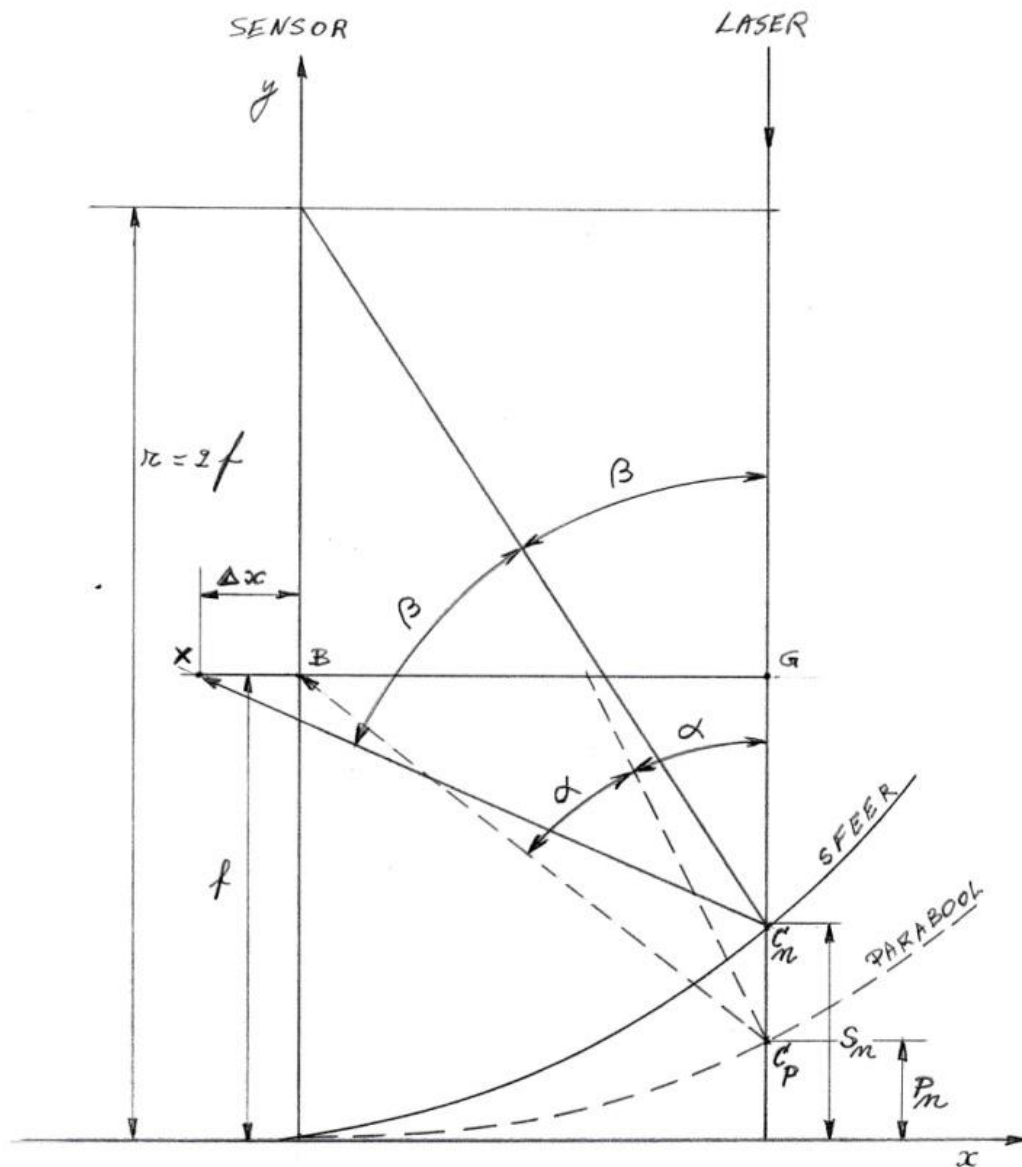


Deze vervanging geeft een zeer grote (positieve, lineaire) fout. Niet bruikbaar.

Vervanging van β_{GEM} door β_{n-1} geeft identieke maar negatieve afwijkingen. Het gebruik van β_{GEM} is dus essentieel.

Stel dat we H_n verwaarlozen in de formule voor $\tan 2\beta_n$ ($H_n = 0$ i.p.v. H_{n-1}): dit geeft maar een verschil in het vierde cijfer na de komma. De fout is dus hier ook steeds kleiner dan 1nm.

Een tweede mogelijke controle is een sfeer met straal $r = 2f$ te beschouwen als een foute spiegel t.o.v. een parabool met brandpuntsafstand f . Het verschil in hoogte tussen beiden (H_n) is volledig correct te berekenen zonder vereenvoudigingen. Met deze H_n is terug te rekenen welke waarde van Δx hiermee overeenkomt. Met deze Δx in de formule kan H_n terug berekend worden. Als de formule goed is, mag er dan geen verschil zijn tussen de theoretische H_n (het verschil van de twee berekende spiegelhoogten) en de berekende H_n aan de hand van de berekende Δx :



Tek 16 figuur 3

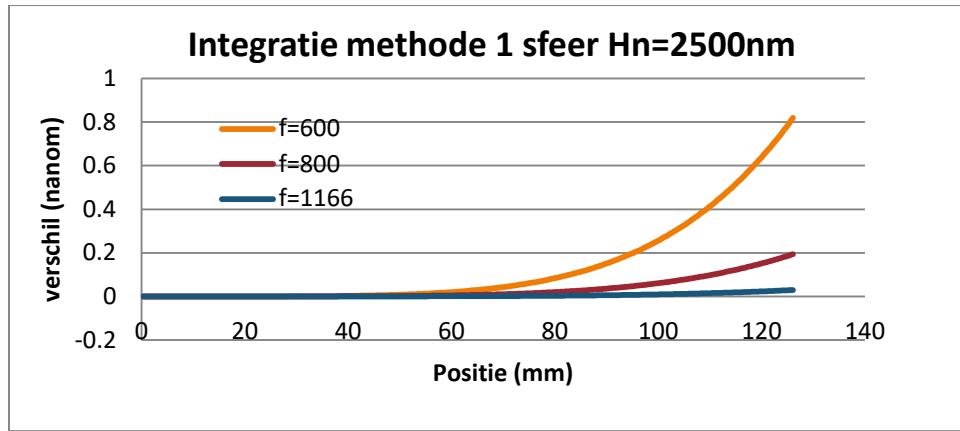
In figuur 3 is $\sin \beta = \frac{BG}{r}$ Hieruit kan $\cos \beta$ en β berekend worden.

De hoogte S_n van de sfeer in punt C_n is: $S_n = r (1 - \cos \beta)$ Zie Form 6 bepaling sagitta cirkel.

Ook is $\tan 2\beta = \frac{BG + (-\Delta x)}{f - S_n}$ of $\Delta x = BG - (f - S_n) \tan 2\beta$

In figuur 3 loopt de laser over het rechterdeel van de spiegel, ligt Δx links van het punt B en moet dus negatief geteld worden $(-\Delta x)$. Indien het linkerdeel van de spiegel gescand wordt, wordt de vergelijking: $\Delta x = (f - S_n) \tan 2\beta - BG$

Resultaten:



De theoretische sfeer en parabool met een brandpuntsafstand $f = 1166\text{mm}$ geven aan de spiegelrand een maximaal hoogteverschil H_n van 2500nm (voor de andere brandpuntsafstanden gelden andere waarden).

Er is terug een restfout, met verloop positief, gekromd. Ze neemt toe met kortere f , maar blijft steeds lager dan 1nm .

Berekening methode 2 WH 1(eenvoudige benadering):

Er is ook een meer eenvoudige berekening mogelijk (maar met grotere restfouten).

Bij de **eerste vereenvoudiging** stellen we dat $\beta_{GEM} = \beta_n$. Zoals hierboven gezien kan dit grote fouten geven. Door ook bij de parabool te stellen dat $\alpha_{GEM} = \alpha_n$ maken we hier ook een fout van dezelfde grootorde. In de afleiding berekenen we niet de hoeken maar maken het verschil van de tangens van α_n en β_n . Hierdoor heffen de fouten elkaar voor een deel op:

In driehoek $C_{n-1} C_n K_s$ (zie figuur 2) is $\text{tg } \beta_n = \frac{\Delta S_n}{D_n}$ of $\Delta S_n = D_n \text{tg } \beta_n$ (1)

In driehoek $A_p C_p K_p$ is $\text{tg } \alpha_n = \frac{\Delta P_n}{D_n}$ of $\Delta P_n = D_n \text{tg } \alpha_n$ (2)

en $\Delta S_n + H_{n-1} = H_n + \Delta P_n$ of $H_n - H_{n-1} = \Delta S_n - \Delta P_n$ en aangezien

$H_n - H_{n-1} = \Delta H_n$ wordt $\Delta H_n = \Delta S_n - \Delta P_n$ (3)

(1) en (2) in (3) geeft **$\Delta H_n = D_n (\text{tg } \beta_n - \text{tg } \alpha_n)$** (4)

In driehoek $X C_n G$ (figuur 1) is $\text{tg } 2 \beta_n = \frac{BG + (-\Delta x)}{f - S_n}$ en $S_n = P_n + H_n$ dus $\text{tg } 2 \beta_n = \frac{BG - \Delta x}{f - (P_n + H_n)}$

of $\text{tg } 2 \beta_n = \frac{BG - \Delta x}{f - P_n - H_n}$

In figuur 1 ligt Δx links van het punt B en moet dus negatief geteld worden ($-\Delta x$). In een tweede vereenvoudiging stellen we $H_n \approx 0$ dus $\operatorname{tg} 2 \beta_n = \frac{BG - \Delta x}{f - P_n}$

In driehoek B C_p G is $\operatorname{tg} 2 \alpha_n = \frac{BG}{f - P_n}$

$$\text{Dan is } \operatorname{tg} 2 \beta_n - \operatorname{tg} 2 \alpha_n = \frac{BG - \Delta x}{f - P_n} - \frac{BG}{f - P_n} = \frac{BG - \Delta x - BG}{f - P_n} \quad \text{of} \quad \operatorname{tg} 2 (\beta_n - \alpha_n) = \frac{-\Delta x}{f - P_n} \quad (5)$$

Derde vereenvoudiging: $\operatorname{tg} 2 (\beta_n - \alpha_n) \approx 2 \operatorname{tg} (\beta_n - \alpha_n) \quad (6)$

$$(6) \text{ in } (5) \text{ geeft: } \operatorname{tg} (\beta_n - \alpha_n) = \frac{-\Delta x}{2f - 2P_n} \quad (7)$$

$$\text{en } (7) \text{ in } (4) \text{ geeft: } \Delta H_n = \frac{-D_n \Delta x}{2f - 2P_n} \quad (8)$$

Vierde vereenvoudiging: $2P_n \approx 0$, dan wordt (8): $\Delta H_n = -\frac{D_n \Delta x}{2f} \quad (9)$

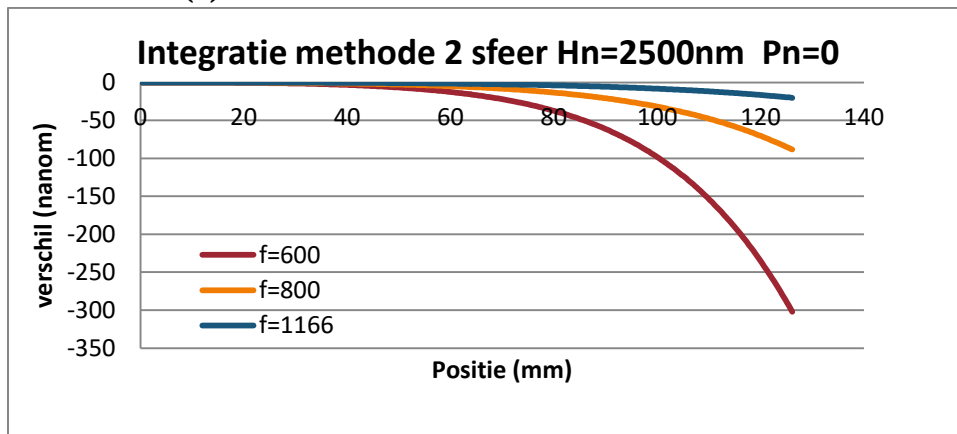
Indien het linkerdeel van de spiegel gescand wordt is de vergelijking: $\Delta H_n = \frac{D_n \Delta x}{2f} \quad (10)$

Beoordeling van de rekenmethode:

De eerste mogelijke kalibratie nml in formule (9) of (10) $\Delta x = 0$ te nemen en dan ΔH_n en H_n te berekenen is hier niet toepasbaar, aangezien vermenigvuldigen met nul altijd nul geeft.

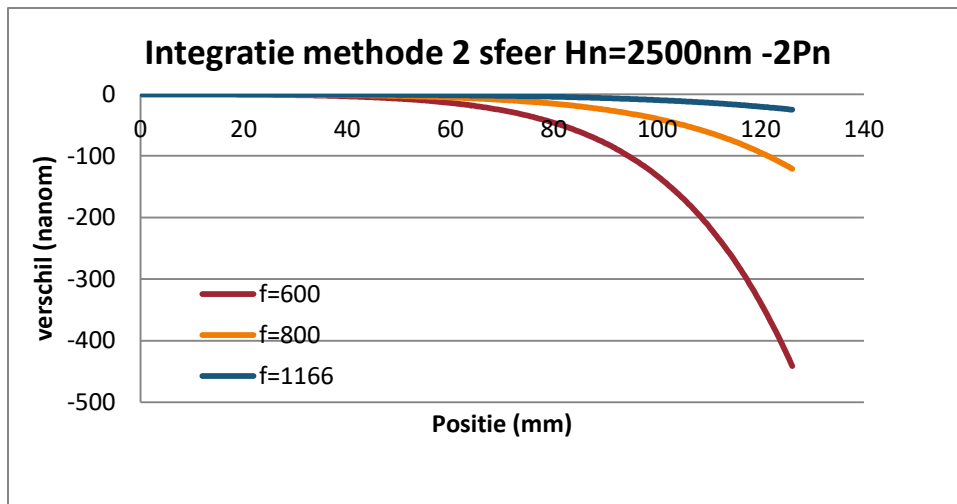
Beoordeling door herrekening van de sfeer ($H_n = 2500\text{nm}$ als $f = 1166\text{mm}$):

Met formule (9):



Bij de langste brandpuntsafstand en dus $H_n = 2500\text{nm}$ geeft deze methode al een fout van 24nm.

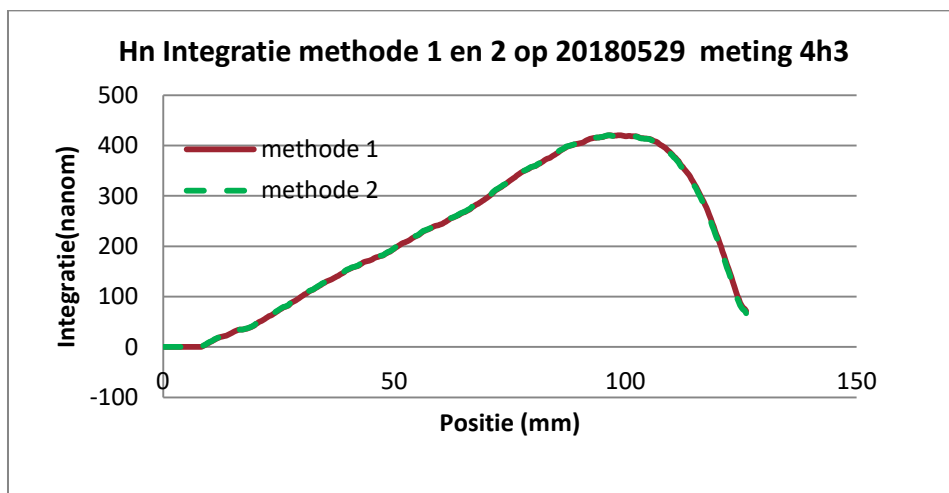
Stel we gebruiken formule (8) met de factor $2P_n$:



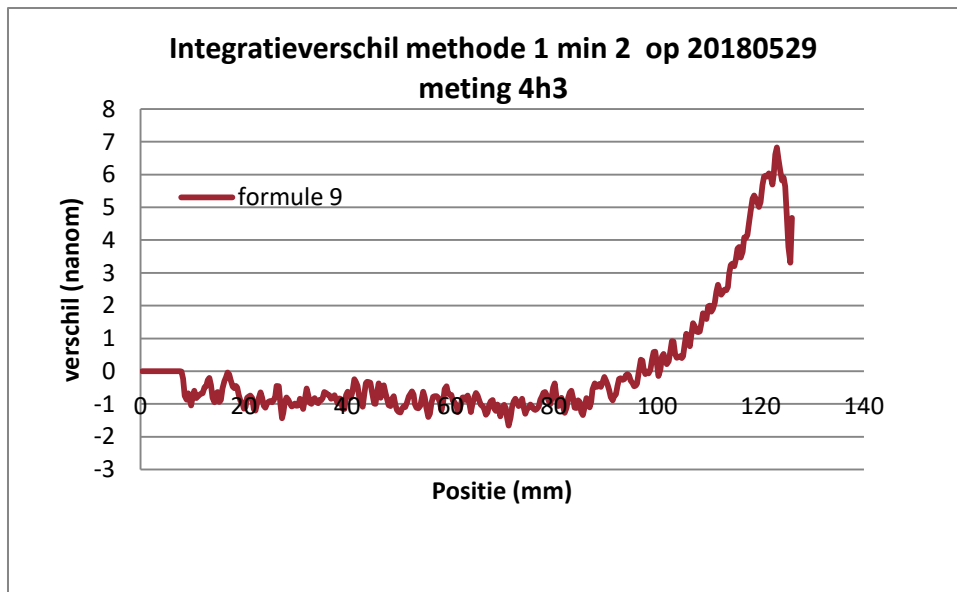
Bij de langste brandpuntsafstand en $H_n=2500\text{nm}$ is de fout gestegen naar 25nm. Het weglaten van de factor $2P_n$ geeft dus een beter resultaat. De fout is negatief, dwz H_n afgeleid met formules (8) en (9) is groter dan het berekend verschil tussen sfeer en parabool.

Als we ervan uitgaan dat methode 1 steeds een fout kleiner dan 1nm zal geven, hebben we nog een andere mogelijkheid om methode 2 te beoordelen: we vertrekken van een reële meetreeks, berekenen met beide methoden het verloop van H_n en berekenen dan het verschil tussen de twee. Alle verschillen groter dan 1nm zijn dan te wijten aan rekenfouten door het gebruik van methode 2.

Beschouwen we meetreeks 20180529 diagonaal 4h3 van de spiegel $f=1166\text{mm}$, diameter 250mm. Deze reeks geeft na integratie een maximale waarde voor H_n van 420nm. Het verloop is voor beide methoden uitgezet. Op deze schaal overlappen beide resultaten. Ook de orientaties zijn gelijk, dwz geen tekenproblemen.



Als we nu het verschil maken tussen beide integraties bekommen we het volgende:



Met formule (9) of (10) blijft tot een spiegeldiameter van 160mm de fout beperkt tot 1nm. Nadien stijgt de afwijking tot 7nm.

Berekening methode 4 WH 3 (parabool benadering):

We veronderstellen dat over de afstand D_n het verloop van ΔH_n nu niet lineair maar parabolisch is. We berekenen welke parabool als testspiegelvorm voor elke stap D_n het best past tussen de punten C_n en C_{n-1} . Deze parabolen worden bepaald door de hoeken β_n en β_{n-1} , de hoeken die de raaklijnen in de punten C_n en C_{n-1} vormen met de horizontale.

De algemene formule van een parabool is $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ (1)

We stellen $c = 0$ (de hoogte van de top van de parabool in de y-richting)

en: $f(x_n) = f(x_{n-1}) + \Delta H$ (2) (de totale hoogte van de spiegel op plaats n is gelijk aan de totale hoogte op plaats n-1 plus het hoogteverschil na één stap).

Stel $x_{n-1} = 0$ en $x_n = D$ dan wordt (2): $f(D) = f(0) + \Delta H$ of $f(D) = \Delta H$

en (1): $f(D) = \Delta H = aD^2 + bD$ (3)

De hoeken van de raaklijnen in punten C_n en C_{n-1} vinden we door van vergelijking (1) de afgeleiden te bepalen:

$2ax_{n-1} + b = \tan \beta_{n-1}$ (4) en $2ax_n + b = \tan \beta_n$ (5)

Stel $x_{n-1} = 0$ dan wordt (4): $b = \tan \beta_{n-1}$ (6)

en $x_n = D$ dan wordt (5) $2aD + b = \tan \beta_n$ of $a = \frac{\tan \beta_n - \tan \beta_{n-1}}{2D}$ (7)

De hoek β bepalen we uit driehoek $X C_n G$ (figuur 1): $\tan 2\beta_n = \frac{BG + (-\Delta x)}{f - S_n}$ (8)

S_n is onbekend maar kunnen we (mits een vereenvoudiging) gelijkstellen aan $S_{n-1} + \Delta H_{n-1}$.

(8) wordt dan: $\tan 2\beta_n = \frac{BG - \Delta x}{f - S_{n-1} - \Delta H_{n-1}}$ (dit noemen we methode 3)

Een betere benadering is de volgende:

In (8) is $S_n = P_n + H_n$

Mits een vereenvoudiging $H_n \approx H_{n-1}$ wordt (8): $\operatorname{tg} 2 \beta_n = \frac{BG + (-\Delta x)}{f - P_n - H_{n-1}}$ (9)

In deze methode berekenen we echter niet de verschillen tussen twee oppervlakken maar de totale hoogten van de spiegels.

We kunnen H_{n-1} schrijven in functie van totale spiegelhoogten: $H_{n-1} = S_{n-1} - P_{n-1}$ (10)

(10) in (9) geeft: $\operatorname{tg} 2 \beta_n = \frac{BG - \Delta x}{f - P_n - S_{n-1} + P_{n-1}}$ (11)

Indien het gaat over het linkerdeel van de spiegel wordt de vergelijking:

$\operatorname{tg} 2 \beta_n = \frac{BG + \Delta x}{f - P_n - S_{n-1} + P_{n-1}}$ (12)

Uit (11) of (12) berekenen we de hoek β , met (7) en (6) de constanten a en b, en met (3) ΔH . Als we dat integreren bekommen we (zoals eerder gezegd) met deze methode niet H_n maar S_n .

Met deze methode zijn terug een reeks simulaties gedaan: $\Delta x=0$ en Δx berekend uit een sfeer, in functie van de brandpuntsafstand f en de stapgrootte D.

Voor een samenvatting van de simulaties met de vier methoden zie volgende twee tabellen:

Fout ifv brandpuntsafstand $\Delta x=2500$ (sfeer), diameter=250mm, stapgrootte D=0.31mm					
f	f/d	Methode 1	Methode 2	Methode 3	Methode 4
mm		nm	nm	nm	nm
400	1.6	5.9		2.6	5.5
600	2.4	0.8	-422	0.8	0.7
800	3.2	0.2	-116	0.3	0.1
1166	4.7	0.03	-24	0.1	0.01
$\Delta x=0$ (f=1166)		-0.02	-	0.1	2.10^{-8}

Fout ifv stapgrootte D $\Delta x=2500$ (sfeer), diameter=250mm, f=1166 mm				
D	Methode 1	Methode 2	Methode 3	Methode 4
mm	nm	nm	nm	nm
0.31	0.03	-24	0.1	0.01
0.5	-0.04	-26	0.3	-0.01
1	-0.09	-46	1.1	-0.07
3	-0.26	-128	9.9	-1.2
5	-0.41	-205	27	-3.5

Besluiten:

Zie tabel achteraan met een overzicht van alle uitgevoerde simulaties, steeds voor een diameter van de testspiegel $d = 250\text{mm}$.

De rekenfout veroorzaakt door benaderende afleidingen is sterk afhankelijk van de brandpuntsafstand en diameter van de testspiegel of dus de openingsverhouding f/d . Hoe kleiner f/d hoe groter de fout.

De fout groeit ook met stijgend verschil H_n tussen testspiegel en parabool. De “sfeersimulatie” is hier een zware test omdat verondersteld wordt dat de spiegel nog volledig sferisch is. Voor een spiegeldiameter van 250mm met een f/d van 4.7 is het verschil tussen sfeer en parabool aan de rand $H_n = 2500\text{nm}$. Voor $f/d = 1.6$ is dat al gestegen tot 62500nm.

Methode 1 is veel nauwkeuriger dan Methode 2. Bij f/d waarden kleiner dan 5 en $H_n > 500$ stijgt bij deze laatste de fout al snel onbruikbaar hoog. Methode 1 begint maar een storende fout te vertonen als f/d kleiner dan 1.6 wordt.

Wijze van behandeling van de hoek β in de afleiding is zeer belangrijk. Negeren van β_{GEM} geeft steeds aanleiding tot ontoelaatbare grote afwijkingen. Ook de verwaarlozing van de tangens ($\text{tg}(2\beta_n) = 2\text{tg}\beta_n$ of $\text{tg}(2\beta_n) = 2\beta_n$) is geen goed idee. De berekening van β is steeds een benadering. De rekenmethode die deze benadering het best behandelt geeft de kleinste fouten.

Verwaarlozing van andere factoren (H_{n-1} , P_n) is minder belangrijk.

De fout is bovendien afhankelijk van de stapgrootte D . In zeer lichte mate bij Methode 1, in zeer sterke mate bij Methode 2, zodanig dat D niet groter dan 0.5mm kan zijn.

Met Methode 1 is bij $D = 5\text{mm}$ de fout nog steeds kleiner dan 1nm.

De resultaten van methode 4 liggen zeer dicht tegen deze van methode 1. De afrondingsmethode bij de berekening van β is voor beide methoden dezelfde. Het verschil in rekenen met de hoeken (β_{GEM} of via de parabool) is dus niet zo belangrijk.

Samenvatting uitgevoerde simulaties (spiegeldiameter d=250mm, stapgrootte D=0.31mm)						
Rekenmethode	Referentie	Veranderingen	H_n (nm)	f (mm)	f/d	Fout (nm)
Methode 1 JDB	$\Delta x = 0$	Geen	0	600	2.4	-0.1198
			0	800	3.2	-0.0505
			0	1166	4.7	-0.0163
		$\beta_{GEM} = \beta_n$	0	600	2.4	17000
			0	800	3.2	12708
			0	1166	4.7	8700
		$\beta_{GEM} = \beta_{n-1}$	0	600	2.4	-17000
			0	800	3.2	-12708
			0	1166	4.7	-8700
		$H_{n-1} = 0$	0	600	2.4	-0.1192
			0	800	3.2	-0.0504
			0	1166	4.7	-0.0163
	sfeersimulatie	Geen	62500	400	1.6	5.9
			31800	500	2.0	1.9
			18400	600	2.4	0.77
			7700	800	3.2	0.18
			2500	1166	4.7	0.03
		D = 0.5mm	2500	1166	4.7	-0.04
		D = 1mm	2500	1166	4.7	-0.09
		D = 3mm	2500	1166	4.7	-0.26
		D = 5mm	2500	1166	4.7	-0.41
		$\beta_{GEM} = \beta_n$	2500	1166	4.7	-8713
		$\beta_{GEM} = \beta_{n-1}$	2500	1166	4.7	8713
		$Tg(2\beta_n) = 2\beta_n$	2500	1166	4.7	-6690
		$Tg(2\beta_n) = 2\beta_n$ en $\beta_{GEM} = \beta_n$	2500	1166	4.7	-15437
		Geen	18400	600	2.4	-422
			7700	800	3.2	-116
			2500	1166	4.7	-24
		D = 0.5mm	2500	1166	4.7	-26
		D = 1mm	2500	1166	4.7	-46
		D = 3mm	2500	1166	4.7	-128
		D = 5mm	2500	1166	4.7	-205
		$-2P_n$	18400	600	2.4	-441
			7700	800	3.2	-121
			2500	1166	4.7	-25
		+0.195*BG	18400	600	2.4	-7+1
			7700	800	3.2	-3+7
			2500	1166	4.7	-2+1
Methode 2 WH1	Methode 1 JDB	Meetreks 4h3	420	1166	4.7	7
		+0.195*BG	420	1166	4.7	6

Samenvatting uitgevoerde simulaties (spiegeldiameter d=250mm, stapgrootte D=0.31mm)						
Rekenmethode	Referentie	Veranderingen	H_n (nm)	f (mm)	f/d	Fout (nm)
Methode 3 WH 2	$\Delta x = 0$	Geen	0	1166	4.7	0.1
	sfeersimulatie	Geen	62500	400	1.6	2.6
			18400	600	2.4	0.8
			7700	800	3.2	0.3
			2500	1166	4.7	0.1
		D = 0.5mm	2500	1166	4.7	0.3
		D = 1mm	2500	1166	4.7	1.1
		D = 3mm	2500	1166	4.7	9.9
		D = 5mm	2500	1166	4.7	27
	Methode 1	Meetreeks 4h3	420	1166	4.7	0.31
Methode 4 WH 3	$\Delta x = 0$	Geen	0	1166	4.7	$2 \cdot 10^{-8}$
	sfeersimulatie	Geen	62500	400	1.6	5.5
			18400	600	2.4	0.7
			7700	800	3.2	0.1
			2500	1166	4.7	0.01
		D = 0.5mm	2500	1166	4.7	-0.01
		D = 1mm	2500	1166	4.7	-0.07
		D = 3mm	2500	1166	4.7	-1.2
		D = 5mm	2500	1166	4.7	-3.5
	Methode 1	Meetreeks 4h3	420	1166	4.7	-0.016